

CONTROL DEL MODO DE ALCANCE EN SISTEMAS DE ESTRUCTURA VARIABLE

R. MANTZ[†], H. DE BATTISTA[‡], F. BIANCHI*, R.D. FERNÁNDEZ**

LEICI, Dto. de Electrotecnia, Facultad de Ingeniería, UNLP.

[†]UNLP.CICpBA. mantz@venus.fisica.unlp.edu.ar, [‡]UNLP., *UNLP.CONICET., **UNLP.UNPSJB.

Resumen— Se propone un marco teórico para el análisis del modo de alcance en sistemas de control de estructura variable. El mismo, resulta de una extensión de la parametrización de Kothare para algoritmos de control con acción anti-reset-windup. A partir de la correspondencia planteada entre el problema de windup y el modo de alcance se obtienen distintas leyes de aproximación a la superficie de control. Se presentan resultados por simulación.

Keywords— Sistemas de estructura variable, modo deslizante, modo de alcance, windup

I. INTRODUCCIÓN

La respuesta de los sistemas de estructura variable (SEV) con régimen deslizante comprende dos fases o modos de operación, el modo de alcance (MA) y el modo deslizante propiamente dicho (MD). A pesar de que este último es el que ha despertado el mayor interés de la comunidad científica, el primero no es menos importante cuando se evalúa la performance global del sistema (Utkin, 1999).

Si bien se han establecido condiciones necesarias y suficientes para asegurar la convergencia a la superficie de control y se han propuesto distintas leyes de aproximación para especificar el MA, lo cierto es que aún no existe un marco genérico para abordar el problema de síntesis en lo que al MA se refiere. (Hung et al., 1993; Mantz et al., 2001)

El objetivo del presente trabajo es establecer puntos de contacto entre el MA en SEV y otro problema de control que ha experimentado grandes avances en los últimos años: el reset-windup (RW) (Astrom y Rundqwist, 1989; Kothare et al., 1994; Peng et al., 1996; Wu y Grigoriadis, 1999; Romanchuk, 1999; Mulder et al., 1999). A partir del análisis de ambos problemas, se demuestra que el marco teórico propuesto por Kothare et al. (1994) para abordar el problema de windup, es también adecuado para obtener leyes de aproximación para el MA de SEV. Por consiguiente, muchos de los recientes resultados en el campo del RW pueden, potencialmente, ser extendidos al problema del MA.

El trabajo es organizado de la siguiente forma. En la próxima sección se citan nociones básicas del problema de windup. En la sección III se demuestra que el marco teórico propuesto por Kothare et al. (1994) puede ser extendido al problema del MA; posteriormente, en III.B y III.C, se obtienen leyes de aproximación para SEV basadas en conceptos de observadores de estado y de referencia realizable, respectivamente. Se presentan dos ejemplos que permiten evaluar la propuesta del presente trabajo.

II. WINDUP

Cuando en un lazo de control se produce una saturación, el sistema comienza a operar a lazo abierto. Como consecuencia de esto, sus variables de estado evolucionan en forma independiente de la salida del controlador. La incorrecta adaptación del controlador en estas circunstancias suele dar lugar a comportamientos transitorios con grandes sobrepasos e importantes tiempos de establecimiento. Este fenómeno es conocido como reset windup (RW) y se manifiesta frecuentemente en controladores con autovalores inestables o lentos (Doyle et al., 1987).¹

Las alternativas para contemplar las restricciones del actuador en un lazo de control son (Kothare et al., 1994):

- 1- considerar las mismas desde un principio y abordar un problema de control no lineal,
- 2-realizar un diseño en 'dos pasos'. Primero se diseña el controlador suponiendo que no existen restricciones y posteriormente se lo complementa con una corrección adicional (anti-reset-windup (ARW)) que opera únicamente cuando se manifiestan las restricciones. El control resultante debe cumplir con especificaciones de estabilidad y asegurar mínima degradación con respecto al control sin restricciones, una vez que éstas dejan de actuar.

Una de las primeras técnicas ARW de 'dos pasos' fue propuesta por Fertik and Ross (1967) para con-

¹El fenómeno físico que da lugar al comportamiento citado es desencadenado por la presencia de una señal externa que, produciendo una saturación, da lugar a una apertura del lazo. Si la señal externa es una perturbación, algún estado del sistema puede desempeñar el mismo papel que el de un estado del controlador en el windup convencional y producir el mismo fenómeno, aún para controladores estáticos.

troladores PID y es conocida como 'back calculation'. Una extensión de esta técnica a otros controladores es conocida como 'high gain conventional ARW'. Dos enfoques conceptuales distintos al problema fueron aportados por Hanus (basado en conceptos de 'referencias realizables' (Peng et. al., 1996)) y por Astrom (basado en conceptos de observadores (Astrom y Rundqwist, 1989)). Una reconocida contribución fue realizada por Kothare y coautores (1994) que presentaron una parametrización para los algoritmos ARW. Entre otras muchas propuestas para abordar el problema de RW, recientemente se han publicado métodos que emplean nociones de LMI y LPV (Romanchuk, 1999; Wu y Grigoriadis, 1999).

III. MODO DE ALCANCE EN SISTEMAS DE ESTRUCTURA VARIABLE

A. Propuesta de un marco teórico para el MA

En la Figura 1 se muestra un esquema genérico de un SEV, donde P es el sistema a controlar y L representa un dispositivo de conmutación gobernado por la salida del bloque K (en K se incluyen los elementos ajenos al sistema P propiamente dicho²). Si bien, en muchas aplicaciones, K procesa los estados del sistema en forma estática, en términos genéricos puede presentar dinámica propia. Efectivamente, es común la expansión de estados para asegurar rechazo a perturbaciones en estado estacionario (Utkin, 1999). Luego, la salida $s(x)$ del bloque K depende tanto de los estados x_s del sistema como de los estados x_k de K. Se considera que $K(s)$ es LTI, lo cual es una elección usual en muchos problemas, tanto para el control de sistemas lineales como no lineales (para no restringir el análisis a sistemas lineales, se considera $y = f(x_s)$ como una entrada explícita de K, además de los estados x_s). Luego, en términos genéricos $K(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$, o bien:

$$K = \left[\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline C & D \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c|c|c} A & B_r & B_y & B_{x_s} \\ \hline C & D_r & D_y & D_{x_s} \end{array} \right] \quad (1)$$

siendo el vector de entradas $v = [r, y, x_s^T]^T$. Obviamente para el caso estático sólo D debe considerarse.

El objetivo del control por MD es forzar a los estados a evolucionar sobre la superficie $s(x) = 0$, donde el sistema presenta las propiedades requeridas de dinámica y de robustez (a incertidumbres en los parámetros Δ y a perturbaciones en los estados $\zeta(t)$). Cuando se cumple este objetivo, es decir:

$$\begin{aligned} s(x) &= 0 \\ \dot{s}(x) &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

puede definirse una acción de control continua equivalente $u_{eq}(x_s, x_k)$ que produce el mismo efecto sobre

²En esta suposición no se están considerando extensiones dinámicas para reducir el problema de chattering, de desearlo, deberían incluirse en P ya que su ubicación con respecto a L impide hacerlo en K.

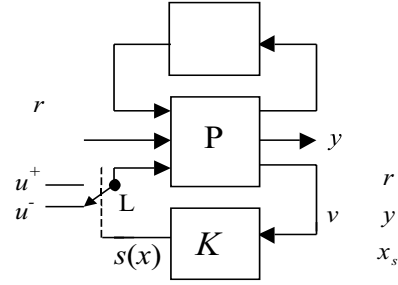


Figura 1: Sistema de estructura variable.

los estados que la señal discontinua $u(t)$ conmutando a frecuencia idealmente infinita. Es condición necesaria y suficiente para que exista MD que:

$$u^- \leq u_{eq} \leq u^+, \quad (3)$$

siendo u^- y u^+ los valores extremos de control disponibles (Utkin, 1978; Hung et al., 1993).

Como todas las bondades de robustez de los SEV residen en el MD, resulta importante que este modo de operación predomine sobre el MA. Básicamente se desea que el estado alcance la superficie $s(x) = 0$ en tiempo mínimo, y que, una vez alcanzada, se verifiquen las condiciones para que el sistema opere en MD.

Durante el MA el sistema opera a lazo abierto, es decir no existe un control directo de los estados del sistema, y aún suponiendo que P es estable, la evolución de los estados puede degradar el comportamiento global del SEV. Esto se ve seriamente acentuado si los estados alcanzan la superficie fuera del 'rango de deslizamiento' (es decir en puntos donde la acción de control no es suficiente para establecer el MD). En estas condiciones, la trayectoria de estados cruza la superficie operando nuevamente a lazo abierto, prolongando el MA. Si bien el rango de operación del MD puede ampliarse incrementando los límites u^+ y u^- , usualmente esto acentúa el problema debido a la fuerte dependencia de las trayectorias de lazo abierto con dichos límites.

En el presente trabajo se atribuye la demora en alcanzar la superficie y en el establecimiento del MD, a una inadecuada correspondencia entre los estados de P y de K debido a la apertura del lazo (si K es estático, puede hablarse de la no correspondencia entre los estados de P y la salida de K). Asimismo, se propone adicionar una corrección Λ en K para acondicionar sus estados (o en forma genérica, su salida) en correspondencia con la evolución de los estados del sistema (Fig. 2). A los efectos de que el nuevo controlador $\hat{K}(K, \Lambda)$ también pueda ser realizado como un sistema LTI, se establece que:

$$\Lambda : v \rightarrow \xi = [\xi_1 \quad \xi_2]^T \quad (4)$$

debe ser causal, lineal e invariante en el tiempo, siendo

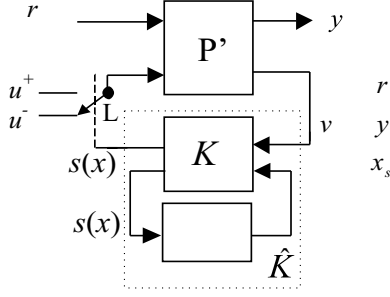


Figura 2: SEV con corrección propuesta para el MA.

ξ_1 y ξ_2 los términos de corrección de los estados y de la salida de K , respectivamente.

Además, como se asume que el MD cumple las especificaciones buscadas, la modificación propuesta sólo debe actuar en el MA, luego,

$$s(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad \xi(t) = 0. \quad (5)$$

El razonamiento previo nos ha llevado a un planteo del problema del MA que guarda extrema semejanza con el marco teórico planteado por Kothare y coautores (1994) para abordar el problema conocido como windup y sobre el cual ha habido importantes aportes en los últimos años. Procurando acentuar esta semejanza, se podría asimilar el dispositivo de conmutación con un actuador con saturación y ganancia k tendiendo a infinito³. En este contexto, el error de saturación empleado en todos los algoritmos anti-windup (Kothare et al., 1994; Peng et al., 1996), se corresponde con:

$$e = \lim_{k \rightarrow \infty} \left(s(x) - \frac{u}{k} \right) = s(x). \quad (6)$$

Luego,

$$\xi = \begin{bmatrix} \Lambda_1 \\ \Lambda_2 \end{bmatrix} \lim_{k \rightarrow \infty} \left(s(x) - \frac{u}{k} \right) = \begin{bmatrix} \Lambda_1 \\ \Lambda_2 \end{bmatrix} s(x) \quad (7)$$

donde, para satisfacer (5) los elementos Λ_1 y Λ_2 de Λ deben ser ganancias puras (sin memoria).

Aprovechando la similitud entre el MA y el windup puede proponerse que:

$$\hat{K}(s) = [I - V(s) \quad U(s)] \quad (8)$$

donde $V(s)$ y $U(s)$ son los factores coprimos a izquierda de K

$$K(s) = V^{-1}(s)U(s), \quad (9)$$

y al igual que lo propuesto por Kothare y coautores (1994) para el problema de windup puede plantearse

³Obsérvese que la expresión (3) parece insinuar una analogía aún mayor con el problema de reset windup. Efectivamente, la no verificación de (3) en la superficie implica que el actuador no puede suministrar el control ficticio u_{eq} necesario para permanecer en $s(x) = 0$, es decir 'satura' pasando a operar a lazo abierto. Sin embargo, el control u_{eq} sólo está definido sobre la superficie $s(x) = 0$, por consiguiente no es posible plantear una sobresaturación en términos de esta variable ficticia.

una parametrización de distintos algoritmos de corrección del MA en función de dos parámetros

$$\begin{aligned} H_1 &= \Lambda_1(I + \Lambda_2)^{-1} \\ H_2 &= (I + \Lambda_2)^{-1} \end{aligned} \quad (10)$$

resultando:

$$V(s) = \begin{bmatrix} A - H_1C & -H_1 \\ H_2C & H_2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$U(s) = \begin{bmatrix} A - H_1C & B - H_1D \\ H_2C & H_2D \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Este nuevo marco teórico para el MA, permite evaluar y potencialmente extender resultados obtenidos para el RW (tanto empíricos como aquellos sustentados en un análisis matemático más riguroso) a problemas de MA en SEV.

Dentro de la gran variedad de alternativas posibles, en las próximas secciones se presentan algoritmos de corrección del MA basados en conceptos de 1) observador y 2) referencia realizable.

B. Corrección del MA basada en nociones de observador

Aceptando la interpretación de que el deterioro del MA se debe a la no correspondencia entre la salida de K y la entrada de la planta (y por consiguiente con los estados del sistema), puede proponerse una corrección de los estados del controlador basada en conceptos de observador (Astrom y Rundqwist, 1989). En este contexto, se interpreta que durante el MA, \hat{K} actúa como un observador de los estados de un controlador ficticio que suministra la entrada real de la planta. Es decir:

$$\dot{\hat{x}}_k = A\hat{x}_k + B_r r + B_y y + B_{x_s} x_s + L \left(\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{u}{k} - s(x) \right) \quad (13)$$

siendo la salida del controlador \hat{K} :

$$s(x) = C\hat{x}_k + Dv = C\hat{x}_k + D_r r + D_y y + D_{x_s} x_s. \quad (14)$$

Luego, las ecuaciones de control para el MA con corrección del vector de estado x_k , resulta:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_k &= (A - LC)\hat{x}_k + \\ &\quad (B_r - LD_r)r + (B_y - LD_y)y - LD_{x_s} x_s \\ s(x) &= C\hat{x}_k + D_r r + D_y y + D_{x_s} x_s. \end{aligned} \quad (15)$$

es decir que \hat{K} queda definida por:

$$\left[\begin{array}{c|ccc} A - LC & B_r - LD_r & B_y - LD_y & B_{x_s} - LD_{x_s} \\ \hline C & D_r & D_y & D_{x_s} \end{array} \right] \quad (16)$$

donde puede identificarse

$$\begin{aligned} H_1 &= L \\ H_2 &= I. \end{aligned} \quad (17)$$

A los efectos de evaluar la implicancia de la corrección propuesta pueden compararse las velocidades de

cambio de $s(x)$ del MA convencional y del MA con la corrección propuesta (ec. (15)), es decir ecuaciones (18) y (19) respectivamente:

$$\dot{s}(x) = C(A\hat{x}_k + Bv) + D_r\dot{r} + D_y\dot{y} + D_{x_s}\dot{x}_s \quad (18)$$

$$\dot{s}(x) = -CLs(x) + C(A\hat{x}_k + Bv) + D_r\dot{r} + D_y\dot{y} + D_{x_s}\dot{x}_s \quad (19)$$

pudiendo verse que, durante el MA, la corrección propuesta ha introducido un término estabilizante ($-CLs(x)$) en la ecuación diferencial de $s(x)$.

Observación: leyes de aproximación similares a la ec. (19) han sido propuestas (Hung et al., 1993) en un contexto empírico. El valor del presente resultado es que el mismo ha sido obtenido a partir de un planteo teórico más genérico y que a través del planteo seguido puede canalizarse mucha de la experiencia acumulada en el estudio del tema del windup.

C. Corrección del MA basada en nociones de referencia realizable

En términos de windup, se conoce como referencia realizable a aquella referencia que asegura que la salida del controlador no entra en saturación. En el contexto del control de SEV, la noción de corrección basada en una referencia realizable consistiría en modificar la referencia para forzar el MD en todo instante. Si K viene representado por

$$\begin{aligned} \dot{x}_k &= Ax_k + B_r r + B_y y + B_{x_s} x_s \\ s(x) &= Cx_k + D_r r + D_y y + D_{x_s} x_s, \end{aligned} \quad (20)$$

cuando es excitado por una referencia r_r que asegure que el sistema opera permanentemente en régimen deslizante, se verifica que:

$$\begin{aligned} \dot{x}_k &= Ax_k + B_r r_r + B_y y + B_{x_s} x_s \\ 0 &= Cx_k + D_r r_r + D_y y + D_{x_s} x_s, \end{aligned} \quad (21)$$

luego r_r debe verificar:

$$s(x) = D_r(r - r_r) \quad (22)$$

$$r_r = r - D_r^{-1}s(x). \quad (23)$$

Esta corrección puede ser aplicada en la ecuación de estados, en la de salida, en ambas o sobre una 'referencia filtrada', dando lugar a distintos algoritmos de corrección (en términos de windup los ejemplos más significativos corresponden a los algoritmos conocidos como 'conditioning technique' de Hanus, 'generalized conditioning technique' (Walgama et al., 1992) y 'high gain conventional ARW' (Peng et. al., 1996)).

C.1. MA con corrección de la ecuación de estados de K . Si la corrección propuesta para la referencia, es aplicada a la ecuación de estado del controlador (1):

$$\begin{aligned} \dot{x}_k &= Ax_k + B_r(r - D_r^{-1}s(x)) + B_y y + B_{x_s} x_s \\ s(x) &= Cx_k + D_r r + D_y y + D_{x_s} x_s \end{aligned} \quad (24)$$

las ecuaciones de \hat{K} resultan:

$$\begin{aligned} \dot{x}_k &= (A - B_r D_r^{-1} C)x_k + (B_y - B_r D_r^{-1} D_y)y \\ &\quad + (B_{x_s} - B_r D_r^{-1} D_{x_s})x_s \\ s(x) &= Cx_k + D_r r + D_y y + D_{x_s} x_s \end{aligned} \quad (25)$$

es decir que el controlador con corrección para el MA puede caracterizarse con los parámetros

$$\begin{aligned} H_1 &= B_r D_r^{-1} \\ H_2 &= I \end{aligned} \quad (26)$$

A su vez, si se evalúan las velocidades de cambio de $s(x)$ durante el MA, sin y con corrección (ec. (27) y (28) respectivamente) :

$$\dot{s}(x) = C(Ax_k + Bv) + D_r\dot{r} + D_y\dot{y} + D_{x_s}\dot{x}_s \quad (27)$$

$$\dot{s}(x) = -CBD_r^{-1}s(x) + C(Ax_k + Bv) + D_r\dot{r} + D_y\dot{y} + D_{x_s}\dot{x}_s \quad (28)$$

puede verse que, nuevamente, la corrección propuesta ha introducido un término estabilizante en la ecuación diferencial de $s(x)$. De la comparación de las ecuaciones (19) y (28), puede interpretarse la presente corrección como un caso particular de la propuesta de la sección III.C, con $L = B_r D_r^{-1}$.

Ejemplo 1: Considérese el sistema:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{s_1} &= x_{s_2} \\ \dot{x}_{s_2} &= 25u \end{aligned} \quad (29)$$

A los efectos de obtener error de estado estacionario nulo a perturbaciones constantes se incluye, en K , el estado:

$$x_k = \int (r - x_{s_1})dt \quad (30)$$

y se elige una ley de control:

$$\begin{aligned} s(x) &= r - k^T x = r - k_s^T x_s - k_k x_k \\ u &= u^+ \quad \text{si} \quad s(x) > 0 \\ u &= u^- \quad \text{si} \quad s(x) \leq 0 \end{aligned} \quad (31)$$

con $k^T = [k_{s_1} \quad k_{s_2} \quad k_k]$, y donde se selecciona $k_{s_1}/k_{s_2} = 20$ y $k_k/k_{s_2} = 100$ a los efectos de obtener un comportamiento dinámico sobreamortiguado en MD (dos autovalores en -10).

Las figuras 3, 4 y 5 muestran la evolución de la variable controlada x_{s_1} , la función $s(x)$, y el estado integral x_k respectivamente, ante un cambio de la referencia. Se han contemplado los siguientes casos:

1- *curvas a.* MA convencional ($K = \hat{K}$, es decir no se aplica acción de corrección)

2- *curvas b.* MA con corrección basada en nociones de referencia realizable para $B_r D_r^{-1} = L$, es decir coincidente con el método del observador discutido en III.B..

Para el MA convencional puede observarse que:

i) ante el cambio de referencia en $t = t_0$, $s(x)$ toma valores positivos y por consiguiente, el actuador entrega su máximo valor u^+ , lo cual interpretamos como

una saturación que saca el sistema del MD, pasando a operar a lazo abierto en MA. Mientras esto sucede, el estado x_k también incrementa su valor con la misma polaridad, provocando el incremento de $s(x)$ reforzando la saturación (típico comportamiento que da lugar al problema de RW), es decir, la trayectoria se aleja de la superficie

ii) en el instante $t_2 = .32\text{seg.}$ los estados alcanzan la superficie de control $s(x)$, sin embargo en este tiempo la evolución a lazo abierto de los estados ha hecho que la superficie sea alcanzada en un punto donde la acción de control u_{eq} está fuera de los valores disponibles y por consiguiente la superficie es atravesada y el sistema opera nuevamente a lazo abierto (ahora con $u = u^-$)

iii) los dos fenómenos anteriores se repiten en distintos lapsos de tiempo deteriorando considerablemente la respuesta global (MA+MD). El MD se establece en $t_3 = 1.08\text{seg.}$

En las curvas b de las Fig. 4 y 5 puede observarse que, a diferencia del MA convencional, la corrección propuesta permite que $s(x)$ disminuya pese al incremento del estado x_k . Esto permite que $s(x)$ converja rápidamente a cero ($t_1 = .23\text{seg.}$), y que, debido al corto período en operación a lazo abierto, los estados no tomen valores que provoquen que la superficie sea alcanzada fuera del rango de deslizamiento. Como el MD predomina sobre el MA, se observa una significativa mejora en la respuesta de x_{s1} (curva b, figura 1) con respecto al MA convencional.

C.2. MA con corrección sobre la 'referencia filtrada'. Aplicación a K estático. Basado en Walgama (1992) se presenta un nuevo método para mejorar el MA. Éste, a diferencia de los dos métodos analizados previamente, puede ser aplicado al caso en que K es estático.

El método conocido como condicionado generalizado (Walgama, 1992) propone la solución del windup a partir de la inclusión de un filtro F en la referencia y de la aplicación de conceptos de referencia realizable sobre este filtro. En términos de sistemas de estructura variable, la aplicación de las ideas de Walgama al MA, consistiría en:

1- la aplicación de un filtro a la referencia para acotar su cambio (este hecho puede considerarse conocido y empleado en el control de SEV),

2- una modificación de los estados del filtro en función del valor de la superficie $s(x)$. Este punto es particularmente interesante, porque evita el diseño del peor caso del filtro F , es decir de un comportamiento excesivamente conservador para determinadas referencias. Para control convencional (no SEV), Walgama propone

$$u = Fr + Gy \quad (32)$$

con F y G dos filtros que afectan la referencia y salida respectivamente. En los términos del problema del MA, y considerando el caso en que los estados del sistema se realimentan estáticamente, la superficie $s(x)$

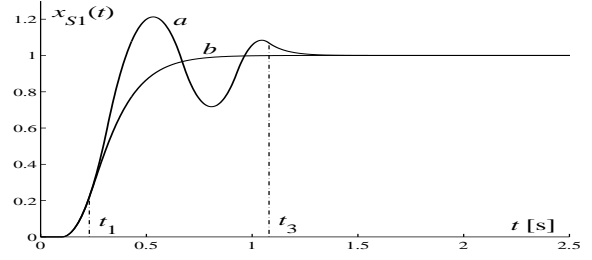


Figura 3: Variable controlada. a) MA convencional. b) MA con corrección.

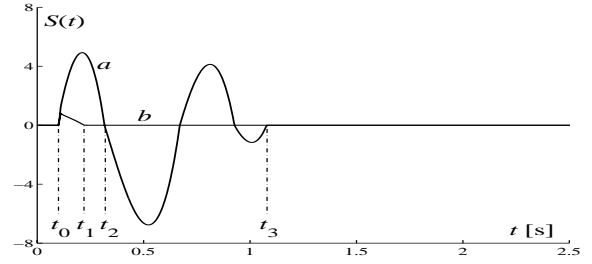


Figura 4: $s(x)$ en correspondencia con las curvas a y b de la Fig.3.

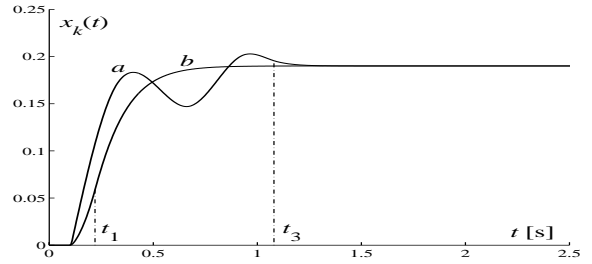


Figura 5: x_k en correspondencia con las curvas a y b de la Fig.3.

sería expresada como:

$$s(x) = C_f x_f + D_f r + D_h \begin{bmatrix} y \\ x_s \end{bmatrix} \quad (33)$$

siendo las ecuaciones del filtro F

$$\begin{aligned} \dot{x}_f &= A_f x_f + B_f r \\ r_f &= C_f x_f + D_f r. \end{aligned} \quad (34)$$

Aplicando las ideas de referencia realizable,

$$r_r = r - D_f^{-1} s(x) \quad (35)$$

sobre los estados de F , resulta:

$$\hat{K} = \left[\begin{array}{c|cc} \frac{A_f - B_f D_f^{-1} C_f}{C_f} & 0 & -B_f D_f^{-1} D_h \\ \hline D_f & D_h & \end{array} \right] \quad (36)$$

donde pueden reconocerse:

$$\begin{aligned} H_1 &= B_f D_f^{-1} \\ H_2 &= I \end{aligned} \quad (37)$$

Ejemplo 2: Considérese el sistema: (Dwyer and Sira-Ramírez, 1988; Sira-Ramírez, 1988, 1996):

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \frac{1}{2}(1 + x_1^2)x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{J}u_c = u \end{aligned} \quad (38)$$

donde los estados corresponden a la posición y velocidad angular de un vehículo espacial simple. El objetivo del control es obtener una orientación de estado estacionario $x_1 = \theta$ con velocidad angular final $x_2 = 0$. Una adecuada dinámica de orden reducido para x_1 es la de un sistema LTI con velocidad de cambio exponencial:

$$\dot{x}_1 = -\lambda(x_1 - \theta) \quad \lambda > 0 \quad (39)$$

es decir,

$$s(x) = \dot{x}_1 + \lambda(x_1 - \theta) = 0. \quad (40)$$

En este caso, K resulta estático. Luego no pueden aplicarse los métodos discutidos en III.B y III.C.1, pero sí pueden aplicarse las ideas de referencia realizable sobre la referencia filtrada. Obviamente cualquier filtrado de la referencia, mejora las condiciones de establecimiento del MD al disminuir la derivada de la referencia. Sin embargo un excesivo filtrado que contemple la referencia más exigente puede ser demasiado conservador. Para el ejemplo se ha seleccionado un filtro de referencia $\dot{x} = -2x + 2u$.

La figura 6 muestra la evolución temporal del estado $x_1(t)$ para los casos:

- 1- *curva a.* MA convencional
- 2- *curva b.* MA convencional con referencia filtrada
- 3- *curva c.* MA con corrección de los estados del filtro de la referencia.

En la figura se indican los tiempos $t_1 = 1.22\text{seg}$, $t_2 = 2.24\text{seg}$ y $t_3 = 2.75\text{seg}$, en los cuales el sistema entra en MD para los tres casos citados. Puede observarse la significativa mejora en el comportamiento de la variable controlada para el caso en que se aplica la corrección propuesta en III.C.2..

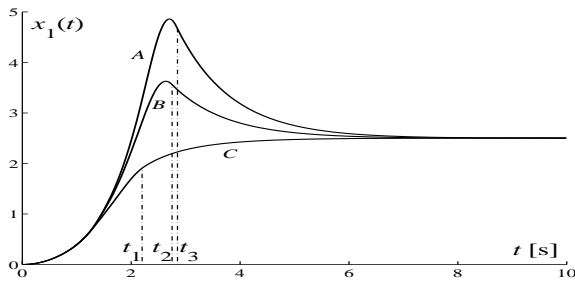


Figura 6: Variable controlada. a) MA convencional. b) MA con referencia filtrada. c) MA con referencia filtrada con corrección propuesta en III.C.2.

IV. CONCLUSIONES

Se ha demostrado que el marco teórico propuesto por Kothare y coautores para el problema de windup

puede ser aplicado al MA de SEV. Por consiguiente, recientes resultados en el campo del RW (tema extensamente desarrollado en los últimos años) pueden, potencialmente, ser extendidos al problema del MA. A modo de ejemplo se han obtenido leyes de aproximación para el MA a partir de conceptos convencionalmente empleados en algoritmos ARW. En particular aquellos basados en conceptos de observadores, 'referencia realizable' y 'referencia filtrada'. Se han presentado resultados por simulación que muestran los beneficios de la propuesta realizada.

Agradecimientos Este trabajo fue subsidiado por UNLP, CICpBA, CONICET y ANPCyT.

Referencias

- Astrom K.J. and Rundqwist L. (1989). Integrator windup and how to avoid it. Proc. Am. Control Conf.. Pittsburgh 1693-1698.
- Doyle J., Smith R. and Enns D. (1987). Control of plants with input saturation nonlinearities. Proc Am. Control Conf.. Minneapolis, 1034-1039.
- Fertik H. and Ross C.(1967). Direct digital control with anti-windup feature. ISA Trans., 6, 317-328.
- Hung J. Y., Gao W. and Hung J. C. (1993). Variable Structure Control: A Survey. IEEE Trans. on Ind. Electronics, 40, 2-22.
- Kothare M., Campo P., Morari M. and Nett K. (1994). A unified framework for the study of anti-windup design. Automatica. 30. No 12. 1869-1883.
- Mantz R., DeBattista H., and Puleston P. (2001). A new approach to reaching mode of VSS using trajectory planning. Automatica. 37. No 5.
- Peng Y., Vrancic D. and Hanus R. (1996). Anti-windup, bumpless, and CT techniques for PID controllers. IEEE Control Systems, 8, 48-56.
- Romanchuk B. (1999). Some comments on anti-windup synthesis using LMIs. Int. J. of Robust and Nonlinear Control, 9, 717-734.
- Sira-Ramírez H. (1988). Differential geometric methods in variable structure control. Int. J.Control, 48, 4, 1359-1390.
- Sira-Ramírez H. (1996). On the SM of multivariable nonlinear systems. Int. J. Control, 64, 4, 745-765.
- Utkin V. Y. (1978). *Sliding Mode and their application in variable structure systems*. MIR Publishers: Moscow, Rusia.
- Utkin V. Y. (1999). *Sliding Mode Control in Electromechanical Systems*. Taylor and Francis, London.
- Walgama K., Ronnback S. y Sternby J. (1992). Generalization of conditioning technique for anti-windup compensators. IEE Proc. D, 139, 109-118.
- Wu F. and Grigoriadis K. (1999). LPV-Based control of systems with amplitude and rate actuator saturation constraints. Proc. Am. Control Conf.. San Diego, 3191-3195.